

SCHWINGUNG + KURVEN

Schau dich um und entdecke die Kurven und Bögen in der Landschaft. Alle Bögen lassen sich mathematisch berechnen, ob es das Wasser aus dem Schlauch ist oder der gebogene Grashalm.

Ein spezieller Bogen begegnet uns dabei immer wieder. Es ist der Parabelbogen. Seine Krümmung ist die optimale und effizienteste Belastungsmethode, die Parabel gibt die Schubkraft des Gewichts optimal an die Basis weiter. Parabeln finden sich in der Natur, beispielsweise bei den Termitenbauten und zeichnen sich durch besondere Stabilität aus. Ebenso bei den Brücken, gebogen sind sie viel stabiler, da das Gewicht abgeleitet wird.

Musik ist da, wo etwas schwingt: eine Gitarrensaite, eine Röhre oder eine Stimmgabel. Schwingungen sind auch Bögen. Wenn du eine Glocke zum Schwingen bringst, werden diese Schwingungen an die Luft übertragen. Stell dir vor, dass die Teilchen in der Luft angeschubst werden und dann wieder Teilchen in ihrer Nähe anschubsen. Erreichen diese Luft-Bögen in Form von Schall dein Ohr, wird dein Trommelfell angeschubst und beginnt mitzuschwingen. Nun hörst du den Klang der Glocke!

Schwingungen können jedoch auch anders übertragen werden. Halte eine Stimmgabel an deinen Kopf! Hörst du es? Die Schwingungen übertragen sich direkt auf den Schädelknochen und erreichen so unsere Ohren. Im Fall der Stimmgabel hören wir den Kammerton A. Dass der Kammerton A mit einer Frequenz von 440 Hertz schwingt, wurde im Jahr 1939 festgelegt. Und von dieser Frequenz ausgehend kann man all die anderen Intervalle berechnen, die sich als Quint, Terz, Quart, ... harmonisch dazu verhalten. Wiederholen sich die Schwingungen in regelmäßigen Bögen, dann entstehen angenehme Töne und Klänge. Schwingt die Luft ungeordnet, so hören wir Geräusche oder einfach nur Lärm und Krach.

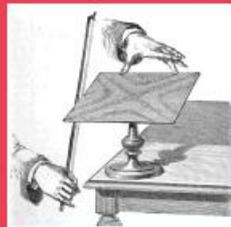
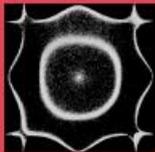


**Kann ich Schall sehen?
Kann ich Schall fühlen?**

Hören kann der Mensch nur Töne, die regelmäßig zwischen 20 und 20.000 mal in der Sekunde schwingen. Je häufiger die Schwingungen pro Sekunde, desto höher der Ton. Manche Tiere können Töne hören, bei denen die Luft bis zu 150.000 mal in einer einzigen Sekunde schwingt. Welches Tier fällt dir ein?

Obwohl Musik in ihrem Wesen scheinbar nichts anderes ist als regelmäßige Schwingungen nach mathematischen Gesetzen in einer zeitlichen Ordnung, wirkt sie auf unsere Emotion. Ich kann die Verhältnismäßigkeit der Zahlen als Musik hören. Dabei fließen aber noch viele, viele andere Parameter ein, wenn sie mit ihrem Zauber eine fröhliche oder wehmütige Stimmung hervorbringt.

Weder in der Mathematik, noch in der Poesie und Musik kann man schwindeln, weil sie auf Wahrheit begründet sind.
(John Steinbeck)

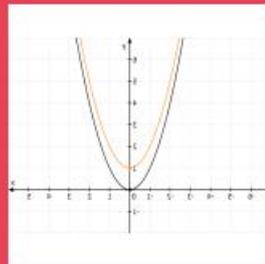


Mit einer Stahlplatte, einem Geigenbogen und etwas Sand kannst du Schall sichtbar machen, es entstehen spannende Muster. Man nennt sie Chladnische Klangfiguren.



Schall-Bilder können ganz unterschiedlich aussehen.

Ist rund stabiler als gerade?



Schwingungen und Frequenzen – spüren und hören

TableTop Röhrenglocken, extra Dokument im Ordner, kann hier oder bei Einführung verwendet werden.

GROÙE RÖHRENGLOCKE

Schwingungen und Knotenpunkte spüren

SO GEHT'S!

Schlage die Röhrenglocke leicht mit dem Gummirad an.

Lege die Fingerspitze am gelben Ende auf die Röhre. Bewege die Fingerspitze an der Röhre aufwärts zur orangen und dann zur pinken Markierung.



NANU?!

Es vibriert und kitzelt stark.

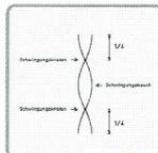
Die Vibration nimmt bis zur orangen Markierung ab, und dann bis zur pinken Markierung wieder zu.

ACH SO!

Durch das Anschlagen wird die Röhre in Schwingung versetzt. Sie „wackelt“ ungefähr 180-Mal pro Sekunde. Das entspricht dem gehörten Ton E1, denn Töne sind gehörte Vibration pro Sekunde (Frequenz).

An der orangen Markierung liegt ein Schwingungs-Knotenpunkt. Deshalb bewegt sich die Röhre hier nicht.

Sieh Dir den Wackelstab für eine Erklärung an.

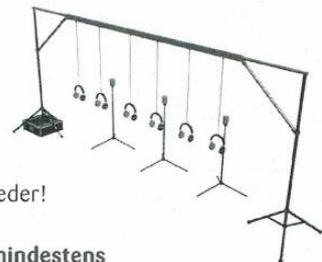


STIMMENWUNDER

Monster, Maus und Roboter:
persönlichkeitsverändernde Verdopplung oder Halbierung

SO GEHTS:

Setz einen Kopfhörer auf.
Nimm dir das Mikrophon,
sprich etwas hinein,
oder sing eines deiner Lieblingslieder!



Bitte halte einen Abstand von mindestens 10 Zentimetern zum Mikrophon!

Du hörst Dich dann besser an und vermeidest die Berührung mit der Spucke von anderen Kindern.

NANU?!

Deine Stimme klingt piepsig wie eine Maus,
mächtig tief wie ein großes Monster,
oder wie ein gefühlskalter Roboter.

ACH SO!

Das Gerät verdoppelt oder halbiert die Tonhöhe deiner Stimme nach oben oder unten. Deshalb hört Ihr Euch „größer“ oder „kleiner“ an, gefährlich oder harmlos. Wird die Tonhöhe ganz ausgefiltert, entsteht eine Roboterstimme.

TableTop: stehende Welle

Bei der stehenden Welle handelt es sich um ein festes Muster aus Schwingungsknoten (manchmal auch Wellenknoten) und Schwingungsbäuchen (oder Wellenbäuche), das mit bestimmten Frequenzen, den Resonanz- oder Eigenfrequenzen, auf und ab schwingt. Eine stehende Welle kannst du bspw. durch das Einspannen eines Seils realisieren. Eine stehende Welle (seltener auch Stehwelle) entsteht bei der Interferenz zweier Wellen mit gleicher Amplitude und Frequenz, die sich in entgegengesetzter Richtung bewegen.

Stehende Welle - Springende Töne

Schwingungsknoten, Seilspringen und ganzzahlige Verhältnisse

Material:

- Tabletop „Stehende Welle“ -
- Handbohrmaschine oder Akkuschauber
- Zollstock

Stichwörter:

Stehende Welle, Obertöne, Ganze Zahlen, Chaos, Teiler, Hertz, Obertonsingen, Harmonie, Melodie, Skala, Oktave, Quinte Intervalle, Pythagoras, Vielfaches, ganzzahliger Teiler, Monochord, Elektron

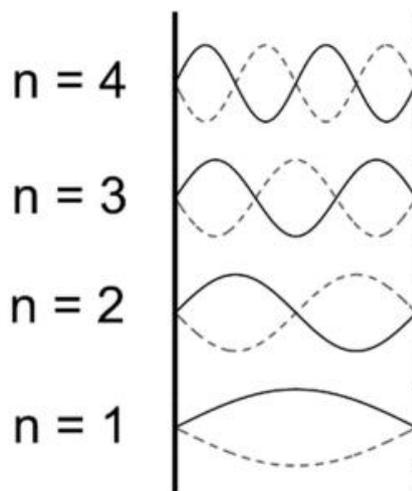
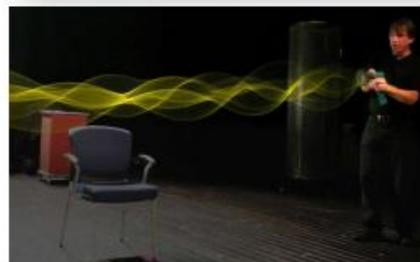
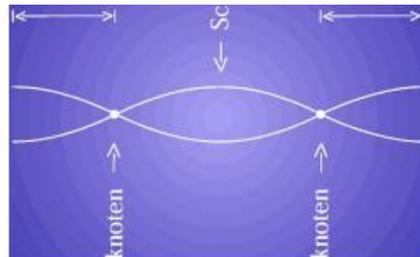
Workshop-Ablauf und Bedienung stehende Welle:

Eine zweite Person aus dem Zuschauerraum als Assistent*in auf die Bühne bitten.

Den Haltegriff an die Assistenz geben und selbst den Akkuschauber / die Handbohrmaschine nehmen. Die Schnur leicht durchhängen lassen. Mit einer größeren Kreisbewegung versuchen die gesamte Schnur mit nur einem „Bauch“ schwingen zu lassen.

Dann durch Veränderung von Drehzahl, Spannung und mit Hilfe kleiner Vor-/Zurück- oder Seitwärtsbewegungen die Saite in zwei, drei und mehr Schwingungsbäuche aufteilen. Zählen. Immer wieder verändern. Schaffen wir auch fünf, sechs, sieben???

Die Aufteilung lässt sich nur bedingt beeinflussen. Tatsächlich handelt es sich um ein chaotisches System, welches sich immer wieder stabilisiert, nur wie, ist nicht vorhersehbar. Durch die Veränderung der Spannung, Länge, Drehzahl und die eingebachte Bewegungsenergie wird das System in Unordnung gebracht (chaotisiert), bis es sich wieder stabilisiert so wie sich das Universum nach dem Big-Bang stabilisiert hat (und irgendwann wieder im Chaos oder totalen Stillstand enden wird).



Ziel ist erstmal die sinnliche Erkenntnis, dass die Schur in bestimmte Zustände SPRINGT, die zählbar sind, ganze Zahlen und Teilungen repräsentieren, und schön (harmonisch) aussehen.

Die Schnur/Saite wird halbiert, gedrittelt, geviertelt, gefünftelt ...

Beobachtung: Es sieht so aus, als würde sich die Saite an den „Mittel-Punkten“ nicht bewegen. Diesen Punkt nennt man „Schwingungs-Knotenpunkt“ (und der ist auch an den Röhrenglocken zu beobachten).

Die Abstände der Knotenpunkte können mit dem Zollstock gemessen und berechnet werden.

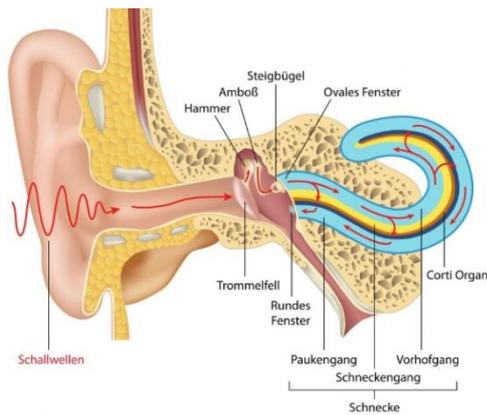
Experiment: die Saite kann im Schwingungs-Knotenpunkt auch festgehalten werden? Was passiert dann?

Exkurs Amplitude:

Wenn die Welle sich stabilisiert hat, können wir über Veränderung des Abstands die Spannung und so die Amplitude verändern. Dazu vorsichtig die Spannung / den Abstand verringern, dann wird die Welle „höher“, wenn wir die Spannung / den Abstand vergrößern, werden die Wellen kleiner. Die Wellenhöhe oder Amplitude entspricht der Lautstärke eines Tones.

Hören – Ohr Modell / MiMa

Schritt 1: Die Ohrmuschel sammelt den Schall



Nehmen wir an, du hörst Musik oder das Telefon klingeln: Die Geräusche treffen zunächst in Form von Schallwellen auf die Ohrmuschel. Dort angekommen fängt diese die Schallwellen wie eine Art Trichter auf. Eine weitere Funktion der Ohrmuschel ist es, dass sie ‚herausfinden‘ kann aus welcher Richtung der Schall kommt (Richtungshören) — also zum Beispiel von oben oder unten.

Schritt 2: Weiterleitung der Schallwellen

Die Ohrmuschel leitet nun den Schall in den äußeren Gehörgang weiter — bis zum Trommelfell. Das beginnt daraufhin als ‚Antwort auf die Schallwellen‘ zu schwingen. Die Schwingungen werden durch die Gehörknöchelchen verstärkt und treffen daraufhin auf das ovale Fenster.

Schritt 3: Umwandlung in elektrische Impulse

Die Schwingungen des ovalen Fensters sorgen für Druckwellen in der flüssigkeitsgefüllten Hörschnecke. Die Wellen sorgen schließlich dafür, dass sich auch die Haarzellen (Haarsinneszellen) verbiegen. Dabei lösen sie elektrische Impulse aus und geben diese an den Hörnerv weiter. Hier erfolgt also eine Umwandlung der Schwingungen in elektrische Impulse.

Schritt 4: Weiterleitung der Signale an das Gehirn

Der Hörnerv leitet die Nervensignale schließlich an das Gehirn weiter. Dort werden die Signale verarbeitet, sodass du etwas hörst.

Zum Spielen:

Kugelbahn ideale Wege – Wer kommt am schnellsten runter?



Zwei konkurrierende Bahnen verbinden einen Startpunkt mit einem tiefer gelegenen Zielpunkt. Eine Bahn ist gerade, stellt also die kürzeste Verbindung her, die andere ist stark nach unten gewölbt. Man kann zwei Kugeln - auf jeder Bahn eine - gleichzeitig starten lassen. Welche kommt als Erste am Ziel an? Die Kugel auf der gebogenen Bahn hat einen deutlichen Vorsprung. Die in diesem Sinne schnellste Bahn nennt man *Brachistochrone* (griech: brachistos = kürzest, chronos = Zeit). Noch überraschender ist der Wettlauf von Kugeln auf den beiden gleich gebogenen Bahnen. Wenn man diese an verschiedenen Stellen startet –

und präzise gleichzeitig loslässt - dann hört man nur einen Anschlag. Die Kugeln kommen also gleichzeitig an. Das heißt: Bei dieser Bahn braucht eine Kugel unabhängig vom Startpunkt stets die gleiche Zeit bis ins Ziel. Man spricht von der Tautochronie der Kurve (griech. tautos = gleich).

Mathematischer Hintergrund: Das Problem exakt zu lösen, ist nicht einfach: Zu Beginn haben beide Kugeln die gleiche potenzielle Energie. Diese wird in Bewegungsenergie umgewandelt. Im Ziel haben wieder beide Kugeln die gleiche potenzielle Energie; das bedeutet, dass sie mit der gleichen Geschwindigkeit die Ziellinie überqueren. Allerdings nicht gleichzeitig. Denn die Kugel auf der gebogenen Bahn ist stets tiefer als die auf der geraden, hat also immer eine höhere Geschwindigkeit. Dass diese Geschwindigkeit aber so groß ist, dass sie den längeren Weg mehr als wett macht, kann man so einfach nicht erschließen. Die Form der Bahn ist eine Zykloide. Dies ist die Kurve, die ein Punkt auf dem Umfang eines waagrecht rollenden Kreises beschreibt. Das kann man sich ungefähr vorstellen, wenn man sich die Bahn eines Fahrradventils betrachtet, während das Rad abrollt. Wenn man die erste Hälfte einer Periode einer Zykloide spiegelt, erhält man eine Brachistochrone. Die Betrachtung des Brachistochronenproblems führte zur Variationsrechnung.

Zur Entstehung des Experiments: 1696 veröffentlichte Johann Bernoulli folgende Problemstellung:

Wenn in einer *vertikalen* Ebene zwei Punkte A und B gegeben sind, soll man dem beweglichen Punkt M eine Bahn AMB anweisen, auf welcher er von A ausgehend vermöge seiner eigenen Schwere in kürzester Zeit nach B gelangt. Auf diesen Aufruf zur Lösung antwortete zunächst nur Leibniz, der Bernoulli den Rat gab, die Frist zur Einreichung einer Lösung um vier Monate zu verlängern. Nach einer weiteren Veröffentlichung des Problems im Januar 1697 lösten es verschiedene Mathematiker, und zwar die Crème de la Crème der damaligen Mathematik: Neben

Gottfried Wilhelm Leibniz waren es Johann und Jakob Bernoulli, Marquis de l'Hospital, Ehrenfried Walther von Tschirnhausen und, last but not least, Isaac Newton.

Igelräder



Drei Rollen sollen auf drei verschiedenen Bahnen laufen. Auf allen Rädern befinden sich kleine Metallnoppen, die aber jeweils eine unterschiedliche Anzahl und eine unterschiedliche Anordnung aufweisen. Bei den Bahnen kann man ebenfalls Unterschiede beobachten. Jede der drei Bahnen weist ein ganz bestimmtes Lochmuster auf. Dieses Muster wiederholt sich mehrere Male. Die zweite Bahn hat andere Muster. Auch auf diesen Bahnen wiederholen sich die Muster regelmäßig. Betrachtet man die verschiedenen Räder sowie die Bahnen und die Lochmuster der Bahnen genau, lassen sie sich gut miteinander vergleichen. Wenn man die passenden Kombinationen gefunden hat, laufen die Räder mit einem kleinen Schubs die Bahnen hinunter.

Mathematischer Hintergrund: Das Erkennen, Beschreiben und Zuordnen von Mustern ist eine elementare mathematische Kompetenz, die bei diesem Experiment geübt wird. Genauer Hinschauen ist nötig, um die (zyklischen) Muster der Räder und die (linearen) Muster der Bahnen in Beziehung zu setzen. Das Wichtige dabei ist, zu erkennen, dass es sich nicht um eine zufällige Anordnung von Punkten handelt, sondern ein ganz bestimmtes Muster mit einer Regelmäßigkeit, die man weiter führen konnte.

Zum Weiterdenken: Eines der Räder kann auf zwei Bahnen rollen. Welches ist es?