

SCHÖNHEIT!?

Die Suche nach Schönheit und Wahrheit beschäftigt seit jeher die Menschheit. Steht dahinter ein göttlicher Wille? Oder gibt es einen Schlüssel, eine Formel die alles bestimmt? Eine echte Leidenschaft für Proportionen hatten die alten Griechen. Vor über 2500 Jahren versuchten Naturforscher und Philosophen, die Erscheinungen der Welt in ein Verhältnis zueinander zu setzen, genauer: sie wollten in der kleinsten Natur, in jeder Schnecke, und im großen Kosmos, dem Weltall, universal gültige Zusammenhänge erkennen. Dabei entdeckten sie wichtige mathematische Gesetze – allein aus der Betrachtung der Natur.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Sie erkannten auch, dass bestimmte Proportionen von Menschen als besonders schön erlebt werden. Harmonische Flächen oder Streckenverhältnisse spielen in der Mathematik, der Architektur und in den Künsten eine wichtige Rolle. Das heißt aber nicht, dass alles, was nicht in dieses Schema passt, hässlich und unerträglich ist. Nein, im Gegenteil! Ein knorriger Baum, ein faltiges Gesicht, Chaos – kann wunderschön sein. Würde alles einem Ideal entsprechen, wäre es ganz schön langweilig auf der Welt.

Die Proportionen des Goldenen Schnitts wurden an der Natur beobachtet. Das gilt genauso für die Fibonacci-Zahlen, beide Phänomene sind eng miteinander verwandt. Blätter und Fruchtstände vieler Pflanzen sind in Fibonacci-Spiralen angeordnet. Schau dir eine Sonnenblume oder eine Ananas mal genau an! Diese besonderen Zahlen beschreiben Wachstumsvorgänge in der Natur. Aber warum? Die Anordnung von Blättern nach diesem bestimmten Muster garantiert das Optimum, zum Beispiel die beste Lichtausbeute für die Pflanze, eindeutig ein Vorteil!

Musiker experimentieren gerne mit den Proportionen des Goldenen Schnitts und auch die Fibonacci-Zahlen sind in berühmte Werke eingeflossen. Der Goldene Schnitt tritt dabei in verschiedenen Formen auf: zwei Töne bzw. ihre Frequenzen können beispielsweise in der Proportion des Goldenen Schnittes zueinander stehen. Oder aber die ganze Struktur eines Stückes ist so angeordnet, dass sich deren Teile so zueinander verhalten wie der Goldene Schnitt. In der modernen Musik finden sich Goldener Schnitt und Fibonacci-Zahlen häufig als beherrschendes Gestaltungsprinzip. Aber auch bei Klassikern wie Mozart glaubt man, solche bewussten Proportionierungen zu erkennen.

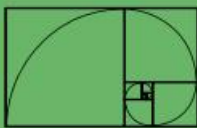
Der Goldene Schnitt gilt als optimaler Ausdruck für Harmonie und Ästhetik.

Rechne mal!
Teile 13 : 8 =
teile 8 : 5 =
teile 5 : 3 =



Und wie geht es weiter?

$$\Phi = 1,6180\dots$$



Zähle die Blütenblätter der Blumen im Park gegenüber, findest du die FIBONACCI Zahlen ?



Mathematik ist ein Ort, an dem Sie Dinge tun können, die Sie in der realen Welt nicht tun können. (Marcus du Sautoy)



Du hast alle Dinge nach Maß, Zahl und Gewicht geordnet. (Buch der Weisheit, Kap. 11)



Aber muss wirklich alles ein Idealmaß haben?

Zahlen in Kunst und Architektur: der Goldene Schnitt

Was ist schön? Darüber lässt sich sicher streiten. Es gibt jedoch bestimmte mathematische Proportionen, die von Menschen als besonders ästhetisch erlebt werden. Eine der berühmtesten ist der Goldene Schnitt, der für ein bestimmtes Teilungsverhältnis zweier Strecken steht. Man findet dieses besondere Verhältnis nicht nur in berühmten Kunstwerken und Gebäuden, sondern überall in der Natur in Form von goldenen Dreiecken, Winkeln und Spiralen. So findet Schönheit durch Mathematik, nicht nur in Kunst und Architektur ihren Ausdruck, sondern auch in der Natur. Der Goldene Schnitt ist seit der Antike bekannt und immer noch gültig. Es ist eine Gestaltungsregel, die das Teilungsverhältnis einer Strecke oder einer anderen Größe bezeichnet. Das Verhältnis liegt bei 1:1,618 und wird von vielen Menschen als besonders harmonisch empfunden. Deshalb wird diese Proportionsregel auch oft in Kunst, Architektur und Design verwendet. Der Goldene Schnitt ist eine Kombination aus Symmetrie und Asymmetrie und wird deshalb als besonders schön empfunden.

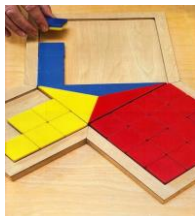
Zahlen in der Natur: die Kaninchenaufgabe

Vor 800 Jahre wollte ein italienischer Mathematiker Fibonacci herausfinden, wie sich Kaninchen vermehren und stieß dabei auf ganz besondere Zahlen. Sie werden die Fibonacci-Zahlen genannt und sie sagen uns nicht nur wie sich Kaninchen vermehren, sondern sie beschreiben alle möglichen Wachstumsvorgänge in der Natur. Zum Beispiel sind die Blätter und Fruchtstände vieler Pflanzen in Fibonacci-Spiralen angeordnet. In der Ananas wie auch der Sonnenblume etwa kann man diese besonderen Zahlen entdecken und sogar in Chemie und Informatik lugern sie herum.

Bodenpuzzle KvPuttkamer:



Alle Quadrate sind im goldenen Schnitt zueinander.



Pythagoras zum Legen

Man sieht ein Dreieck, dessen lange Seite blau und dessen kürzere Seiten gelb und rot gefärbt sind. An jeder Seite erkennt man ein Quadrat, das man mit farbigen Plättchen füllen kann. Das Quadrat der gelben Seite kann mit $3 \cdot 3$ gelben Plättchen gefüllt werden, das Quadrat über der roten Seite mit $4 \cdot 4$ roten Plättchen - und damit sind alle Plättchen aufgebraucht. Wenn man diese $9 + 16$ Plättchen umdreht, werden aus ihnen 25 Plättchen mit einer blauen Seite, die perfekt das 5×5 -Quadrat über der blauen Seite ausfüllen.

Mathematischer Hintergrund: Dieses Experiment ist eine Illustration des Satzes des Pythagoras. Dieser sagt, dass bei einem rechtwinkligen Dreieck die Quadrate über den Katheten zusammen genau so groß sind, wie das Hypotenusenquadrat, kurz $a^2 + b^2 = c^2$, wobei a und b die Kathetenlängen sind und c die Länge der Hypotenuse ist. In unserem Experiment besteht das rote Kathetenquadrat aus 9 Plättchen, das gelbe aus 16 Plättchen. Insgesamt sind das $9 + 16 = 25$ Plättchen, die genau in das Hypotenusenquadrat passen.

Zur Geschichte: Pythagoras von Samos (ca. 570-ca. 510 v. Chr.) ist einer der wichtigsten und gleichzeitig unbekanntesten Mathematiker. Er wurde im griechischen Samos geboren und hat als junger Mann vermutlich Reisen nach Ägypten und Mesopotamien unternommen. Etwa um 530 v. Chr. wanderte er nach Kroton in Süditalien aus und gründete dort die „Schule der Pythagoreer“. Das war eine Lebensgemeinschaft, die sich mit allem möglichen Wissenschaftlichem und Pseudowissenschaftlichem beschäftigte. Der Satz von Pythagoras wurde keineswegs von Pythagoras entdeckt. Er war längst vorher bekannt. Aus einer Zeit etwa 1000 Jahre vor Pythagoras sind babylonische Steintafeln überliefert, die unmissverständlich den Satz des Pythagoras zeigen. Man vermutet, dass Pythagoras - oder ein Mitglied seiner Schule - der Erste war, der den Satz logisch bewiesen hat. Die Babylonier akzeptierten den Satz „nur“ wie ein Naturgesetz, also eine durch Erfahrung bestätigte Erkenntnis.

Wer kommt am weitesten raus



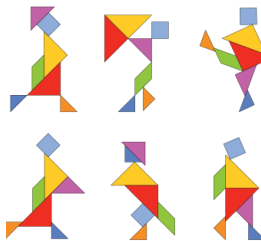
Bei diesem Experiment kommt es darauf an, Steine so auf ein Podest aufzutürmen, dass ein Stein frei über dem Abgrund schwebt.

Der Turm von Ionah



stellt eine Umkehrung des bekannten Turms von Hanoi dar: Fünf Scheiben sind von einem Trichter in einen von zwei weiteren Trichtern zu versetzen. Dabei darf in jedem Schritt nur eine Scheibe bewegt werden. Außerdem darf nie eine kleinere Scheibe über einer größeren liegen.

Tangram-Figuren Katja von Puttkamer



Das Tangram ist ein Legespiel, das vor über 2 000 Jahren in China entstanden sein soll. Es besteht aus insgesamt sieben Teilen, weshalb es auch „Siebenschlau“ genannt wird.

Aufgabe ist es, mit einzelnen oder allen Puzzle-Formen bestimmte Fantasiefiguren zu legen oder gegebene Figuren mit den Teilen auszulegen.

Schlagorgel



Hier sind es nicht Material oder Dicke, die den Klang bestimmen, wie bei den Röhren/Parameterglocken, sondern hier ist es die Luftsäule, die den Klang bestimmt. Nimm ein FlipFlop und trommle los!

Apfelmännchen PC - MiMa



Als Benoit B. Mandelbrot 1980 zum ersten Mal auf seinem Computermonitor die heute nach ihm benannte Menge erblickte, ahnte er vermutlich nicht, dass er damit ein Objekt entdeckt hatte, das die Mathematik revolutionieren würde. Aus der Mandelbrotmenge, die im deutschsprachigen Raum auch den Namen „Apfelmännchen“ trägt, entwickelte sich das Gebiet der experimentellen Mathematik, d.h. ein Gebiet der Mathematik, in dem Computerexperimente mit ihren grafischen Darstellungen im Mittelpunkt stehen. Die Mandelbrotmenge ist mittlerweile wohl das bekannteste Gebilde der

mathematischen Computergrafik. Sie enthält einen faszinierenden unendlichen Formenreichtum, der zu immer neuen, sich nie wiederholenden Computerkunstwerken zusammengestellt werden kann. Da uns die mathematischen Eigenschaften der Mandelbrotmenge weniger interessieren, sei hier nur soviel bemerkt: Der Rand der Mandelbrotmenge ist ein Fraktal großer Komplexität, das - zumindest auf den ersten Blick - die Eigenschaft der Selbstähnlichkeit aufweist. So wiederholt sich z.B. die Apfelmännchen- Grundfigur (schwarz)

unendlich oft in unterschiedlichen Verkleinerungsstufen auf ihrem Rand. Wenn man genauer hinsieht, bemerkt man jedoch jedes Mal geringfügige Änderungen.

Drücke A und du selbst kannst mit der linken Maustaste in ein Fraktal hineintauchen. Drücke A und es wird wieder auf den automatik-Modus umgestellt.

Fibonacci Reihe

Klavier-Tastatur

Auf der Tastatur des Klaviers oder unserer chromatischen Tonleiter, gibt es eine Analogie zu den Zahlen der Fibonacci-Reihe:

1 Halbton plus 1 Halbton ergibt einen Ganzton

2 schwarze Tasten

3 schwarze Tasten

5 schwarze Tasten insgesamt

8 weiße Tasten

13 Tasten schwarz plus weiß für die chromatische Oktave

1-1-2-3-5-8-13 sind die ersten Zahlen der Fibonacci-Reihe

