

PROPORTION + VERHÄLTNIS

Was klingt gut? Was klingt unangenehm? Die Beziehungen der Töne zueinander müssen in bestimmten Verhältnissen stehen, damit wir sie als gut hörbare, schöne musikalische Melodien wahrnehmen.

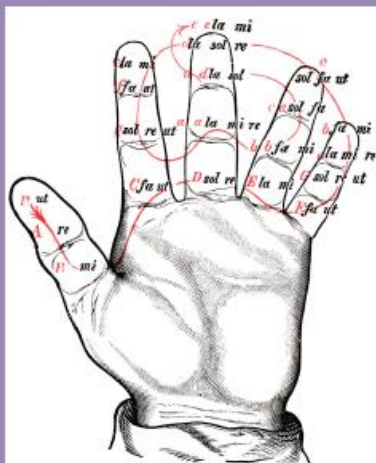
Auch das fanden die alten Griechen auf ihrer Suche nach Proportionen in der Welt heraus. Pythagoras stellte fest: Zupft man eine gespannte Saite, hängt die Tonhöhe von der Länge der schwingenden Saite ab. Wenn man die Saite in der Mitte abklemmt und damit halbiert, erklingt genau der gleiche Ton, aber eine Oktave höher. Pythagoras probierte außerdem aus, wie sich der Klang der Saite verändert, wenn er diese bei einem Drittel teilt. So fand er heraus, dass ein neuer Ton entsteht. Diesmal war es nicht derselbe Ton eine Oktave höher, sondern ein ganz anderer Ton, der aber gemeinsam mit dem Ausgangston besonders angenehmer Klang. Der Zusammenklang dieser beiden Töne wird in der Musiktheorie als Quinte bezeichnet.

So fand Pythagoras durch mathematische Unterteilung wichtige musikalische Zahlenverhältnisse. Diese Proportionen sind bis heute die Grundlage der Harmonielehre. Heute kann man sie aus den Frequenzen der Töne berechnen. Aus diesem Grund zählt die Musik seit der Antike bis in die Neuzeit zu den vier mathematischen Künsten.

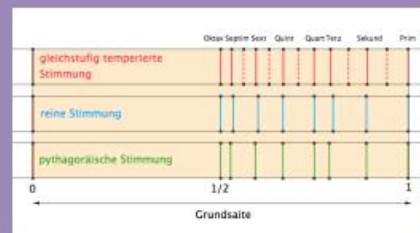
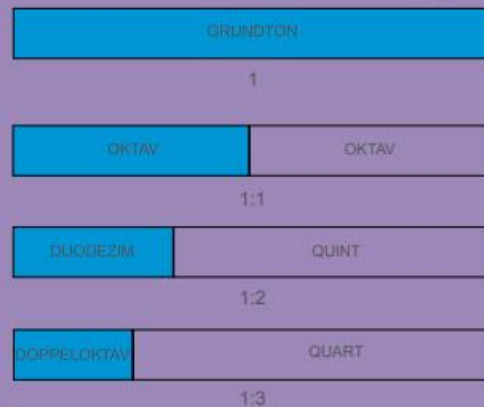
Ob wir Musik als harmonisch oder dissonant empfinden, hängt aber auch von unserer musikalischen Prägung und unseren Hörgewohnheiten ab. Wir verwenden in Westeuropa vorrangig die traditionellen Harmonien, auf die wir uns hier beziehen. In anderen Kulturen, etwa im arabischen oder asiatischen Kulturraum, werden andere Tonsysteme und Tonleitern verwendet. Aber selbst die bauen auf denselben harmonischen Intervallen auf, die Pythagoras vor mehr als 2.500 Jahren beschrieben hat.

Wir wissen vielleicht nicht genau, was wir unter einem schönen Gedicht verstehen, doch hindert dies nicht, es als solches zu erkennen, wenn wir es lesen.
(Godfrey Harold Hardy)

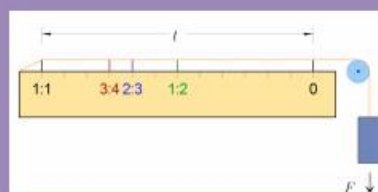
Die Guidonische Hand gab vor der Erfindung unseres Notensystems Orientierung im Tonsystem und war Gedächtnisstütze bei Chorgesängen im Mittelalter.



Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile.
(Aristoteles)



Hättest du gedacht, dass sich ein bestimmter Ton verändern kann und doch immer noch der gleiche Ton sein soll? Auch unser Gefühl von Wohlklang wandelt sich und ist letztlich eine Frage von Gewohnheit: über 2000 Jahre nach Pythagoras errechnete man, dass seine Tonhöhen-Verhältnisse nicht ganz genau im relativen System der Notenwerte aufgehen. Diese minimalen Unstimmigkeiten wurden von da an beim Stimmen der Instrumente berücksichtigt und für die zeitgenössischen Hörer klingt es zunächst sicher etwas schräg. Heute aber sind wir, trotz einer bleibenden gewissen Unschärfe, entzückt von dieser Klarheit und Reinheit der Tonabfolgen. Ein wichtiges Stück, das in diesem Kontext entstanden ist, ist das wohltemperierte Klavier von Johann Sebastian Bach.



Monochord mit einer über einer Rolle geführten Saite der maximalen schwingenden Länge l zwischen den beiden Stegen bei „1:1“ und „0“ auf einem Resonanzkasten. Die Kraft F spannt die Saite.

Ein wohltemperiertes Klavier, gibt es das?

$$\sqrt[12]{2}$$

MUSIK

Proportion

An dieser Stelle geht es uns im folgenden Text weniger um den Schwingungsknotenpunkt, sondern eher um die Proportion (rechter Teil des folgenden Textes). Was ist das, Proportion.

Tabletop: Stab (wackelt immer bei $1/4$), Gummi mit Klammern, Xylophon

Ein Viertel ist eine Viertel

Schwingungsknotenpunkte bei Röhren und Stäben

Material:

- Zollstock
- 1 lange Röhrenglocke mit markierten Schwingungsknotenpunkten 100 cm lang
- verschieden lange Röhrenglocken
- Gummiband mit 2 Klammerpunkten
- hängendes Xylophon

Mathematische und physikalische Begriffe:

%, relativ, geteilt durch 4, proportional, Schwingungsknotenpunkt, ...



Wenn wir die Schwingungsknotenpunkte bei einer 100 cm langen Röhrenglocke ertasten, markieren und messen, stellen wir fest, dass sie bei ca. 20-25 cm liegen. Ganz genau sind es 22,4 cm oder 22,4%, eine unerwartet „krumme“ Zahl, die durch die Physik der klingenden Stäbe bedingt ist. (Eine sehr komplizierte Formel, die darauf beruht, dass Stäbe und Röhren nicht in einer Wellenform schwingen, wie Saiten, sondern in der Mitte „einknicken.“)

Der Schwingungsknotenpunkt liegt also nicht, wie bei der Stehenden Welle, bei genau einem Viertel. Zum Glück ist in der Natur immer alles etwas anders und unerwartet.

Mit einem Zollstock können wir den Schwingungsknotenpunkt schön zeigen.

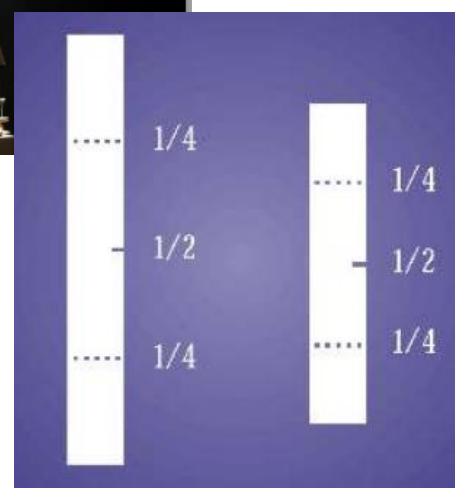


Wir messen mit Augenmaß also ungefähr ein Viertel. Jetzt schauen wir uns zwei verschiedene lange Röhrenglocken an, fühlen und vergleichen die Schwingungsknotenpunkte. Wir stellen fest, dass diese immer bei ungefähr einem Viertel liegen, nur dass die Viertel unterschiedlich lang sind, in Abhängigkeit von der Länge der Röhre. Ein Viertel ist also immer ein Viertel.



Das können wir schön an einem Gummiband zeigen, bei dem die Viertel mit einem Punkt markiert sind. Wenn wir es spannen, wandern die Markierungen mit, und verbleiben beim Viertel.

Einen weiteren Vergleich können wir mit einem hängenden Xylophon machen.



Ein Viertel bleibt immer ein Viertel.

Schwingung macht Ton

Tabletop Gitarre: Wenn Töne im richtigen Verhältnis, der richtigen Proportion zueinander liegen, dann empfinden wir sie als besonders schön. (wenn sie in einem ganzzahligen Verhältnis zueinander liegen)
Siehe Handout-Dokument Schwingungsknoten_flagolett

Seite vierteln: hört eine schöne Quinte

halbieren: macht Oktave höher

Seite vierteln: macht schöne Quinte

Walking Bass

WALKING BASS

Laufend eine Melodie erfinden

SO GEHTS:

Balanciere auf der Saite wie auf einem Schwebebalken!
Zupfe sie an verschiedenen Stellen,
und du wirst tiefere und
höhere Töne hören.

NANU?!

Je kürzer die Saite, desto höher der Ton.

ACH SO!

Die Tonhöhe dieser Saite hängt von ihrer Länge ab.
Zusätzlich würde sich die Tonhöhe ändern,
veränderte man die Stärke oder die Spannung der Saite.
So funktioniert zum Beispiel eine Gitarre oder eine Geige.



Der erste wirkliche "Walkingbass" der Welt! Auf einer langen, dicken Saite laufend kann eine Melodie erfunden werden. Interessantes: Saitenlänge als Parameter / Tonhöhe / Bass / lang-kurz = tief-hoch (Hintergrundinfo: Mit Walking Bass bezeichnet man im Jazz eine Art der musikalischen Begleitung, bei der ein Bassinstrument, am häufigsten der gezupfte Kontrabass, den Ablauf eines Stückes durch eine rhythmisch gleichmäßige und trotzdem abwechslungsreich gespielte Basslinie vorgibt. Besonders in den konventionellen Spielformen des Jazz ist der Walking Bass eine bevorzugte Spielart der Bassisten. Aber auch im Blues, Rhythm and Blues, der Country-Musik, dem Ska und der Rock- und Popmusik ist er häufig anzutreffen.)

Das Körpergewichts-Monochord

KÖRPERGEWICHTS-MONOCHORD ALU

Klingende Hochspannung

SO GEHTS:

Stelle dich auf das Holzbrett. Zupfe die Saite.
Verlagere Dein Gewicht
in dem Du Dich vor und zurück bewegst.
Ohren auf!

NANU?!

Die Tonhöhe verändert sich.

ACH SO!

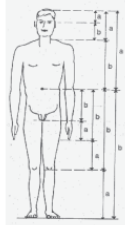
Die Tonhöhe von Saiten hängt von ihrer Länge und Spannung ab.
Die Länge der Saite bleibt hier gleich.
Aber wenn Du dich in Richtung der Saite bewegst,
wird durch die Hebelkraft mehr Gewicht an die Saite übertragen.
Die Spannung steigt, und der Ton wird höher.
Bewegst Du Dich zurück wird der Ton entsprechend tiefer.
Gibst Du keine Grund-Spannung an die Saite, klingt sie nicht,
wie eine „schlappe“ Gitarrensaite.
Das Instrument heißt Mono-Cord,
weil es nur „Eine“ – (im griechischen: „Mono“)
„Saite“ (im griechischen „Cord“) „hat.“
Der Ton wird hier von einem Benzintank verstärkt.



besteht aus einem Aluminiumrahmen sowie einer Saite, die an einem beweglichen Fußbrett angebracht ist. Die SpielerInnen können die Saite durch Verlagerung des Körpergewichtes spannen, und so die Tonhöhe verändern. Der Klang wird durch einen Benzintank verstärkt.

Körpermaß Mensch - Auch wir selbst sind Proportion. Goldener Schnitt

Der Mensch als Maß aller Dinge, Katja von Puttkamer



Strecke deine Arme aus und lass dich vermessen. Wie groß bist du und wie breit ist deine Armspanne?
Auch du stehst in einem Quadrat.

Der **Solarplexus**, oder das Sonnengeflecht ist ein Geflecht aus Fasern und Knoten des vegetativen Nervensystems in der Form eines unregelmäßigen Rings mit Strahlen. Es liegt auf Höhe zwischen Brustbein und Bauchnabel. In älteren Schriften wird das Sonnengeflecht aufgrund seiner Funktion auch als Unterleibsgehirn bezeichnet.

Miß die Höhe deines Solarplexus, dann findest du den **Goldenen Schnitt** in deinem Körper.

Die Strecke **a** verhält sich zur Strecke **b** wie **b** zu **a+b**.

Die kleinere Strecke steht im gleichen Verhältnis zur jeweils größeren Strecke.

Errechnen kannst du es, indem du deine Größe durch die Zahl mit dem griechischen Buchstaben **Phi** Φ **1,618** teilst. So erhältst du die beiden Teilstrecken a und b.

Dieses Verhältnis findet sich in der Natur und in deinen Körperproportionen mehrfach wieder.

Bildlich-Visuell:

Bestimmte Proportionen werden vom Menschen als besonders schön wahrgenommen.

Diese sind häufig im Goldenen Schnitt angeordnet.

Der Goldene Schnitt gilt als optimaler Ausdruck für Harmonie. Siehe Bodenpuzzle bei Schönheit.

Innerhalb der Musik gilt der Goldene Schnitt in zwei Rollen auf. Zum einen können die Frequenzen zweier Töne ein Goldenes Verhältnis haben. Andererseits kann die Komposition eines Stückes aus Teilen bestehen, deren Längen sich verhalten wie der Goldene Schnitt.

Der Goldene Schnitt wird gelegentlich im Musikinstrumentenbau verwendet. Insbesondere beim Geigenbau soll er für besonders klangschöne Instrumente bürnen. So wird behauptet, dass der berühmte Geigenbauer Stradivari den Goldenen Schnitt verwendete, um die klanglich optimale Position der F-Löcher für seine Violinen zu berechnen. Diese Behauptungen basieren jedoch lediglich auf nachträglichen numerischen Analysen von Stradivaris Instrumenten. Ein Nachweis, dass Stradivari bewusst den Goldenen Schnitt zur Bestimmung ihrer Proportionen angewandt habe, existiert jedoch nicht.

Kreisbild, Katja von Puttkamer:



Hierin ist eine Vorlage versteckt, aus der sich alles zusammensetzt, sie wiederholt sich und gestaltet das Bild. Nimm die Schablone und analysiere das Bild. Muster / Kreise in verschiedenen Proportionen.

Weiterführend: Bradke Text zu Zahlenverhältnissen im Tonsystem, Intervallen:

Die wichtigsten Zahlenverhältnisse beim Aufbau unseres Tonsystems sind die ganz einfachen Verhältnisse zwischen kleinen ganzen Zahlen. Sie liefern die elementarsten musikalischen Intervalle. Diese Verhältnisse sind sehr schön optisch – akustisch durch die Teilung von Saiten nachvollziehbar: eine schon über zweitausend Jahre alte Versuchsanordnung!

Es gibt aber auch Verhältnisse zwischen Verhältnissen: mathematisch ist soetwas als Doppelbruch bekannt, musikalisch sind es Zusammenklänge mehrerer Intervalle bzw. das Erreichen eines Tones von verschiedenen anderen Tönen aus, was ja den mehrfachen Intervallen entspricht.

Begriffe und Phänomene

- Verhältnisse
- Brüche
- Doppelbrüche
- Intervalle: Oktave, Quint, Quart, Duodezime
- Monochord

Beschreibung

Vier Saiten auf Resonanzkörpern – einfache Monochorde. Drei davon sind durch Stege an genau vorherbestimmten Positionen unterteilt. Die Verhältnisse können sowohl musikalisch als auch mathematisch „bespielt“ und erfahren werden:

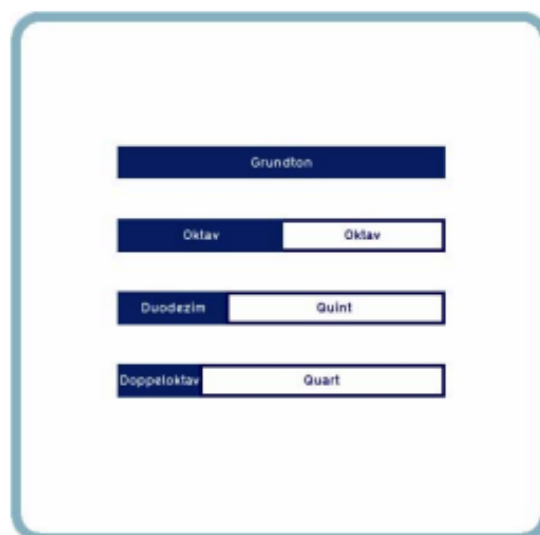
Die ganze schwingende Saite = der tiefste Ton und damit Bezugston oder „Grundton“ unseres Systems.

Die in der Hälfte, also im Verhältnis 1:1 geteilte Saite liefert rechts und links des Steges einen jeweils um eine Oktave höheren Ton als den Grundton: Jeder Saitenabschnitt ist halb so lang wie die Saite des Bezugstones.

Die im Verhältnis 1:2 geteilte Saite liefert zwei Töne, die untereinander im Oktavabstand erklingen (2:1), zum Grundton als Quinte ($1: \frac{2}{3} = 3:2$) bzw. als Duodezime, also Quinte + Oktave ($1: \frac{1}{3} = 3:1$)

Die im Verhältnis 1:3 geteilte Saite liefert im kurzen Teil einen um 2 Oktaven höheren Ton als den Grundton ($1: \frac{1}{4} = 4:1$), im langen Teil eine Quarte über dem Grundton ($1: \frac{3}{4} = 4:3$). Zueinander ste-

hen diese Töne im Verhältnis einer Quinte, nämlich 3:1 – somit lässt sich der Ton im Quartabstand auf zwei verschiedenen Wegen erreichen: auf einer Saite mit $\frac{3}{4}$ der Länge des Grundtons, oder als 3mal so lange Saite wie die Doppeloktave des Grundtones, also eine Quinte + eine Oktave tiefer.



Solche Zahlenspiele illustrieren aber auch Aussagen wie:

„Zwei Drittel von der Hälfte sind ein Drittel vom Ganzen“ – was musikalisch ganz einfach erlebbar ist: Die Saite mit $\frac{2}{3}$ der Hälfte der Saitenlänge des Grundtones liefert dieselbe Tonhöhe wie jene Saite, die $\frac{1}{3}$ der ursprünglichen Saitenlänge aufweist: nämlich eine Oktave + Quinte (= Duodezime) oberhalb des Grundtones – was aber bedeutet, dass die auf zweierlei Art berechneten Saiten gleich lang sein müssen!

Zur Nachbearbeitung / zum Weiterspielen / zum Basteln:

Mit relativ geringem Aufwand lassen sich Monochorde auch selbst basteln! So können alle möglichen Saitenteilungsversuche selbst nachvollzogen werden.

Doch schon eine Gitarre und ein Maßband genügen, um diese Zahlenverhältnisse noch einmal „nachzuspielen“ – zur Bestätigung finden sich an den richtigen Stellen ja auch die Bünde der Gitarre.