

ZAHLEN

Wozu brauchen wir Mathematik?

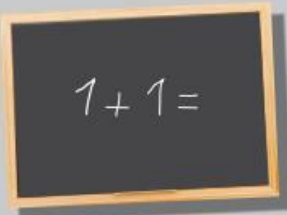
Was ist deine Lieblingszahl?

Schau dich um, überall entdeckst du Zahlen. Mit Zahlen messen und ordnen wir uns die Welt.

Es gibt dabei zwei Arten von Zahlen. Die einen waren schon immer da und wir können sie überall erleben. Wir haben 1 Apfel, sehen 2 Rehe, wir pflücken 3 Blumen und so weiter. Diese Zahlen sind einfach da und Menschen (und viele Tiere) kennen sie und benutzen sie, um ihre Umgebung zu verstehen, zu sortieren und mit anderen zu teilen. Der Mathematiker nennt diese Zahlen „Kardinalzahlen“ und ohne sie könnten wir zwei Dinge nicht voneinander unterscheiden.

Wenn man die Zahlen benutzt, um Dinge zu ordnen und mit anderen zu teilen, dann spielt oft die Reihenfolge eine Rolle. Ralf bekommt zuerst 5 Gummibärchen und – wenn dann noch welche da sind – bekommt Evi als zweite auch 5 Gummibärchen. 1. Ralf, 2. Evi. Wenn zu wenig Gummibärchen da sind, hat Evi Pech gehabt. Wenn wir Zahlen so benutzen, sprechen Mathematiker von „Ordinalzahlen“. Ganz gleich, ob wir diese Zahlen mit unseren heutigen Zeichen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 oder mit Strichen I, II, III, IIII oder mit Kieselsteinen aufschreiben (oder hinlegen, oder einritzen), kann man damit ziemlich viele Sachen machen: Sie sagen uns, wie spät es ist und wie groß wir sind. Sie helfen uns beim Einkaufen, Kochen, Bauen, im Verkehr.

Wie kann ich zählen?



I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XI	XX	XXX	XL	L	LX	LXX			
11	20	30	40	50	60	70			
LXXX	XC	XCVIII	XCIX	C	D	M			
80	90	98	99	100	500	1000			



Du hörst mehr Mathe als du denkst!

Schätz mall

Wie viel?
Wie lang?
Wie schwer?



Wo begegnen dir überall Zahlen im Alltag?

Genauso alt wie die Zahlen ist auch die Musik und für Jahrhunderte wurde die Musik an Schulen und Universitäten als Teil des Mathematikunterrichts gelehrt. Warum? Weil man in der Musik die Verhältnisse zwischen den Zahlen – die Proportionen – hören kann.

So sind Mathematik und Musik untrennbar miteinander verbunden, denn in Klängen, Rhythmen und Harmonien verborgen sich Zahlen und Proportionen. Sie haben Wirkung auf uns und lösen Emotionen aus. Ob Melodien traurig klingen oder fröhlich ist alles eine Frage der richtigen Zahlenverhältnisse. Die gute Nachricht: Wenn ihr Musik mögt, mögt ihr auch die Mathematik – zumindest einen Teil davon.

Und so, wie gute Musiker auf ihren Instrumenten nicht nur Regeln befolgen, sondern ständig neue Musik erfinden, so spielen auch gute Mathematiker auf ihren Instrumenten und entdecken immer wieder neue Geheimnisse in der Welt der Zahlen.

Es lebe die Kreativität und Freiheit! Es lebe das musikalische Genie! Es lebe die Freude an der Mathematik!

Was hat Musik mit Mathematik zu tun?

Such die Zahlen 0-9 in der Ausstellung!

In der Kunst kann auch viel gerechnet werden!



Mathematik ist Musik des Geistes, Musik ist Mathematik der Seele. (Danil Charms)

MATHE

Exponat: Smarties

Auf einem großen Bild sieht man unglaublich viele bunte Smarties, viel zu viele, um sie zu zählen. Wenn man trotzdem wissen möchte, wie viele es sind, ist man auf Schätzen angewiesen. Schätzen ist aber alles andere als blindes Raten, sondern man bedient sich hier der Methode der Stichprobe. Neben dem Bild hängt ein quadratischer Rahmen. Wenn man den Rahmen auf das Bild hält, ist es leicht, die Smarties innerhalb dieses Rahmens zu zählen. Nun müsste man noch wissen, wie oft ein Rahmen auf das Bild passt. Auch das bekommt man leicht heraus, zum Beispiel, indem man schaut, wie oft der Rahmen an die Oberkante und wie oft er an die senkrechte Kante passt.



Mathematischer Hintergrund: Stichproben spielen eine zentrale Rolle in der Statistik: Man nimmt eine – repräsentative – Stichprobe und rechnet hoch. Das Verfahren wird in vielen Situationen angewandt. Wir kennen die Wahlprognosen, die ein Wahlergebnis erstaunlich präzise vorhersagen.

Zum Weiterdenken: Wie viele Gänseblümchen blühen auf der Wiese? Wie viele Nadeln hat ein Tannenbaum?

Exponat: Landkarte – Die Deutschlandtour

Die Aufgabe besteht darin, mit einer Schnur, die von Gießen, dem Sitz des Mathematikums, ausgeht, die 16 Hauptstädte der Bundesländer zu verbinden. Das sieht leicht aus, aber bei vielen Versuchen „reicht die Schnur nicht“, und das bedeutet, dass man die optimale Lösung noch nicht gefunden hat. Man kann heuristische Techniken anwenden, also aus Erfahrung lernen. Zum Beispiel sollte man zu spitze Winkel vermeiden, denn ein spitzer Winkel deutet auf einen Hin- und Rückweg hin, der sicher nicht optimal ist. Wir wollen hier ein globales Optimum finden.



Zur Entstehung des Experiments: Die erste Formulierung des so genannten „Travelling Salesman Problem“ (Problem des Handlungsreisenden) stammt vom österreichischen Mathematiker Karl Menger (1902-1985). Das Problem tritt in sehr vielen anderen Zusammenhängen auf. Man kann unter anderem Gesamtkosten minimieren, beispielsweise dann, wenn gewisse Punkte durch eine Stromleitung verbinden möchte, so dass die Gesamtleitungslänge so klein wie möglich ist. Es ist nicht schwer, sich klarzumachen, dass eine optimale Lösung existiert. Das Problem besteht darin, diese zu finden. Dies ist theoretisch außerordentlich schwierig, denn schon bei 16 Städten beträgt die Zahl möglicher Rundreisen 650 Milliarden! Praktisch jedoch ist es vergleichsweise „einfach“, Lösungen des Rundreiseproblems zu finden, die fast optimal sind. Wenn man sich damit begnügt, nur 95 Prozent des theoretischen Optimums zu erreichen, dann lässt sich mit „relativ geringem“ Aufwand eine Rundtour berechnen. Die Optimierungsprobleme sind dennoch so komplex, dass man die Lösung nicht einfach mittels einer Formel „ausrechnen“ kann. Vielmehr geht es darum, durch ein Verfahren (einen „Algorithmus“) einer guten Lösung schrittweise näherzukommen.

Das Travelling Salesman Problem nach wie vor eine Herausforderung für die Mathematiker. Es ist das am intensivsten untersuchte kombinatorische Optimierungsproblem.

MUSIK

In unserem Körper gibt unser Herz den Takt vor. Wie sich unser Herz aber fühlt, können wir durch Musik beeinflussen. Es gibt traurige Musik, beruhigende Musik und Musik, die Lust zum Tanzen macht. Und das gilt für alle Menschen überall auf der Welt. Musik ist Gefühl, sie weckt Empfindungen, aber erst durch regelmäßige Schwingungen in wohlgeordneten Verhältnissen entsteht das, was wir Musik nennen. Mathematische Gesetzmäßigkeiten, Zahlenverhältnisse, sind die Voraussetzung für Töne, Klänge und Melodien, Tempo, Takt und Rhythmus.

Zahlen sind in der Musik überall zu finden, Fingersatz,
Notenwerte / Tondauer – über die Zeit, Takt, Rhythmus
Klangfarbe – Obertonverhältnisse der Töne
Lautstärke, Resonanzraum - Schallereignis

Tonhöhe - Frequenz

Tonhöhenveränderung durch Formen, verschiedene Parameter: Länge, Spannung (Material), Dicke
= mathematisch-physikalische Gesetzmäßigkeiten